Оптимизация фондовооружённости как основной фактор инвестиционной привлекательности предприятия.

М.К. Базаров, В.Ю. Чиркова.

Существует достаточное количество методик по оценке инновационной привлекательности тех или иных предприятий, их готовности к реализации прорывных инновационных проектов. На наш взгляд, наиболее объективно это можно оценить через динамику развития фондооруженности организаций.

Состояние экономики, согласно модели Солоу [2], задается совокупностью пяти величин (переменных состояния): *Y* — объем конечного продукта,

С — фонд непроизводственного потребления, S — валовой фонд накопления, L — объем наличных трудовых ресурсов, *К* - объем наличных основных фондов.

Конечный продукт делится на фонд непроизводственного потребления и валовой фонд накопления $K = C + S$.

Фонд накопления составляет фиксированную часть выпуска $S = sY, \quad где \quad 0 < s < 1, \quad s = const$. Тогда можно записать $C = (1-s)Y$. Величину s будем называть в дальнейшем нормой накопления.

За счет фонда валового накопления обеспечиваются восстановление и чистый прирост основных фондов (чистые накопления). Чистый прирост фондов описывается производной по времени $\frac{dK(t)}{dt}$.

Предполагается, что величина выбытия основных фондов пропорциональна их объему с постоянным коэффициентом μ, то есть, если объем действующих фондов равняется K, то выбывает и, следовательно, подлежит восстановлению объем $\mu \cdot K$.

Таким образом,

$$S = s \cdot Y = \frac{dK(t)}{dt} + \mu \cdot K, \quad где \quad 0 < \mu < 1, \quad \mu = const.$$

Уравнение динамики трудовых ресурсов модели выражается соотношением

$$\frac{dL(t)}{dt} = g \cdot L, \quad g = const.$$

Оно означает, что прирост рабочей силы пропорционален ее объему.

Зависимость производительности труда от фондовооружённости можно описать в виде функции Кобба —Дугласа

$$f(k) = F(k,1) = Ak^{\alpha}\, 1^{1-\alpha} = Ak^{\alpha}. \qquad (1)$$

По смыслу величина k является фондовооруженностью живого труда, а функция *f{k)* устанавливает зависимость производительности труда от фондовооруженности.

Динамика величины k описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dk}{dt} = s \cdot f(k) - \eta \cdot k, \qquad (2)$$

где $\eta = \mu + g$.

Среди траекторий, удовлетворяющих уравнению (2), существует особая, *стационарная,* траектория, вдоль которой начальное значение фондовооруженности сохраняется постоянным во все моменты времени.

На рис.1 показаны зависимости составляющих уравнения Солоу от фондовооружённости.

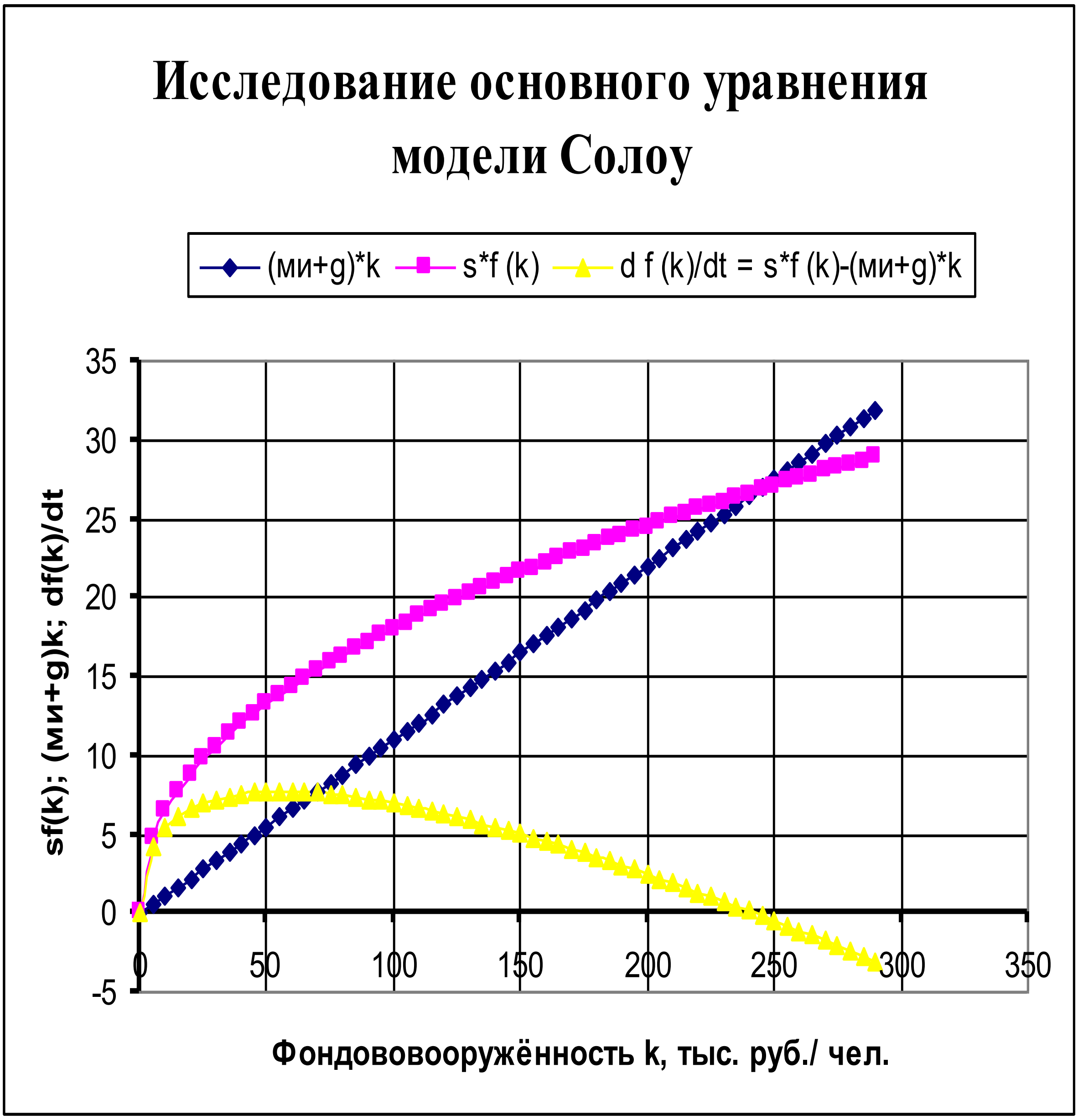

Рис.1. Характеристики стационарной траектории.

На рис. 2 показана динамика перехода из начального состояния фондовооружённости ko, к фондовооружённости стационарной траектории развития, для нормы накопления S=0,444948 и различных начальный состояний.

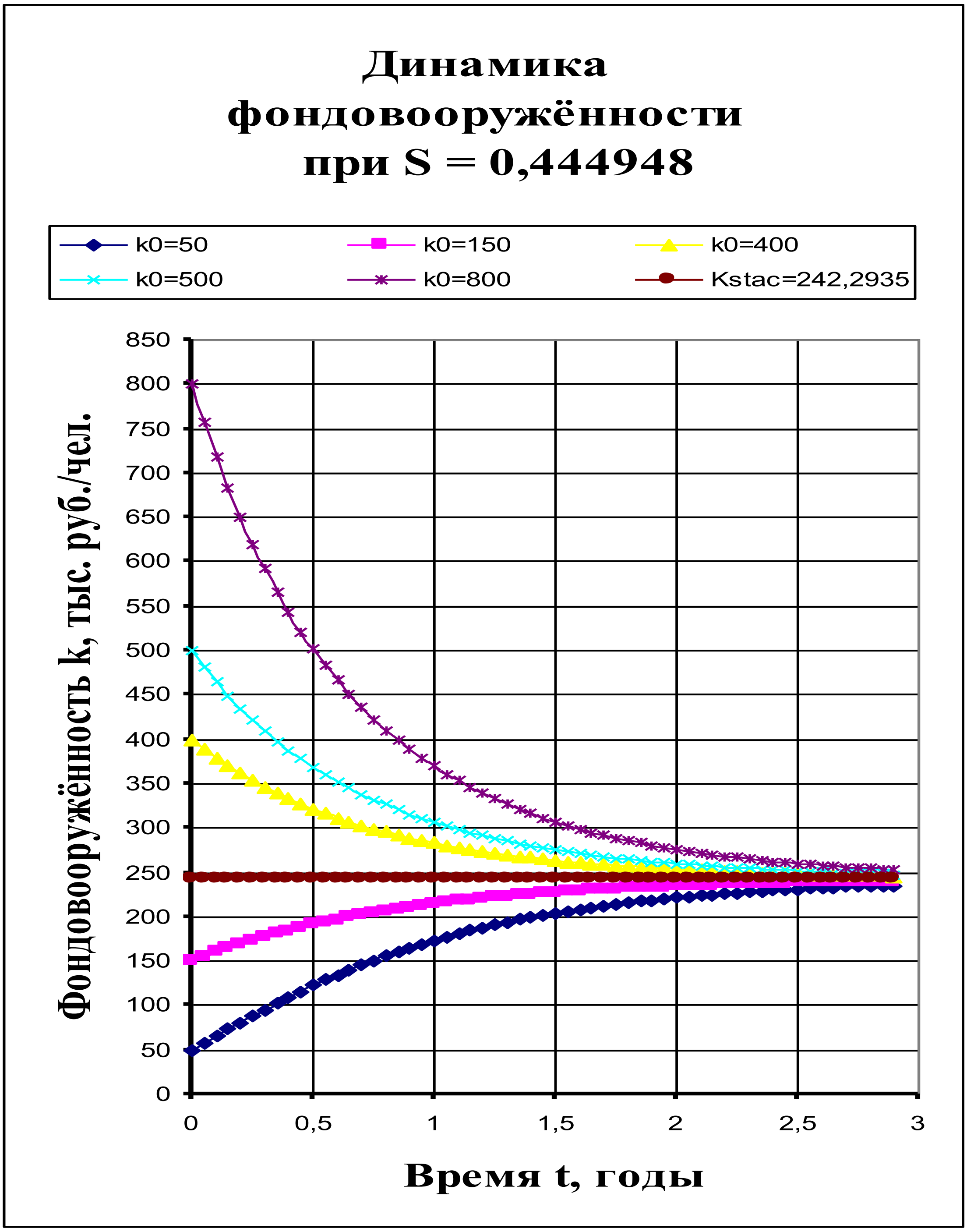

Рис. 2. Динамика перехода

Функция *k*(s)* является взаимно-однозначной, поэтому сначала можно найти значение $\bar{k}^*$, при котором $c(\bar{k}^*) \geq c(k^*)$ для любого стационарного значения *k**, а затем восстановить по этому значению $\bar{k}^*$ значение $\bar{s}$, для которого $\bar{k}^* = k^*(\bar{s})$.

Рассмотрим функцию $\varphi(k) = \dfrac{dk(t)}{dt} = s \cdot f(k) - \eta \cdot k.$

Однако поскольку κ^* — стационарное значение, то выполняется равенство

$$s \cdot f(k^*) - \eta \cdot k^* = 0 \qquad (3)$$

или

$$s \cdot f(k^*) = \eta \cdot k^*,$$

где $\eta = g + \mu$.

Следовательно $c(k^*) = f(k^*) - s \cdot f(k^*) = f(k^*) - \eta \cdot k^*$,

то есть $c(k^*) = f(k^*) - \eta \cdot k^*$. (4)

Фонд потребления увеличивается лишь до тех пор, пока рост производительности труда, вызванный ростом k^* (который в свою очередь является следствием увеличения нормы накопления), опережает рост величины совокупного возмещения $\eta \cdot k^*$. Формально необходимым условием максимума величины $c(k^*)$ в точке $\bar{k}^*$ является выполнение в этой точке равенства $\frac{d\,c}{d\,k}\left(\bar{k}^*\right) = 0$, или $\frac{d\,f\left(\bar{k}^*\right)}{d\,k} = \eta$,. (5)

Достаточные условия выполняются автоматически, поскольку

$$\frac{d^2 c}{d\,k^2} = \frac{d^2 f(k)}{d\,k^2} < 0.$$

Следовательно, из (5) при $f(k^*) = A \cdot (k^*)^\alpha$ получим оптимальную стационарную фондовооружённость

$$\bar{k}^* = \left(\frac{\alpha \cdot A}{\eta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (6)$$

Соответствующее значение оптимальной нормы накопления находят из (3):

$$\bar{s} = \frac{\eta \cdot \bar{k}^*}{f(\bar{k}^*)}, \qquad (7)$$

что с учётом (5) даёт

$$\bar{s} = \frac{\frac{d\,f(\bar{k}^*)}{d\,k} \cdot \bar{k}^*}{f(\bar{k}^*)} = \varepsilon_k^F\left(\bar{K}, \bar{L}\right) \qquad (8)$$

где $\varepsilon_k^F\left(\bar{K}, \bar{L}\right)$ — эластичность по основным фондам производственной функции F в точке $\left(\overline{K},\overline{L}\right)$, такой, что $\dfrac{\overline{K}}{\overline{L}}=k^*$.

Оптимальная переменная норма производственного накопления рассматривается через модель Солоу, в которой допускается изменение нормы накопления, называется моделью Шелла.

Рассматриваются траектории, удовлетворяющие основному уравнению

$$\frac{dk(t)}{dt}=s\cdot f(k)-(\mu+g)\cdot k.$$

Заданы, начальное состояние k_0 $k(0)=k_0$ и ограничение на конечное состояние k_T $k_T=\overline{k}^*$.Необходимо выбрать правило вариации во времени нормы накопления $s(t)$ $0<s(t)<1$, чтобы соответствующая ему траектория доставляла максимум интегральному фонду потребления.

Для решения этой задачи К. Шелл использовал метод решения задач оптимального управления, разработанный группой математиков во главе с Л.С. Понтрягиным.

Пусть $\overline{k}^*$ является решением уравнения $\dfrac{d\ f\left(k\right)}{d\,k}=\eta$.

Опишем оптимальную траекторию. В начальный момент времени, если $k_0<\overline{k}^*$ норма накопления выбирается равной единице, а если $k_0>\overline{k}^*$, то норма накопления выбирается равной нулю. Это позволяет максимально быстро достичь значения $\overline{k}^*$. Когда состояние $\overline{k}^*$ достигнуто, норму накопления нужно установить на таком уровне, чтобы фондовооружённость оставалась постоянной, т.е. чтобы k являлось стационарной траекторией модели Солоу, соответствующей норме накоплении $\bar{s}=\dfrac{\eta\cdot\overline{k}^*}{f(\overline{k}^*)}$.

Использование данной методики рассматривается на примере сельскохозяйственного предприятия. Для построения математической модели, отражающей зависимость производительности труда от фондовооружённости используются данные годовых отчётов 520 сельскохозяйственных предприятий Оренбургской области за 2004 год.

Из отчётов выбраны данные на конец года: стоимость основных производственных фондов (стр. 130 формы № 5-АПК по ОКУД (Приложение к бухгалтерскому балансу - Основные средства)) – OPF); прибыль от реализации товарной продукции (стр. 050 формы № 2-КК050); среднегодовая численность работников предприятия (стр. 010 формы № 5-АПК по ОКУД (Приложение к бухгалтерскому балансу - Отчёт о численности и заработной плате работников организации)) – KRAB).

По этим данным определяются показатели в расчёте на одного работающего – фондовооружённость $k = \dfrac{OPF}{KRAB}$ и производительность труда $P = \dfrac{KK050}{KRAB}$.

Форму математической модели выбирается так, чтобы ее геометрический образ соответствовал геометрическому образу зависимости производительности труда от фондовооружённости, которую с достаточной точностью должна отражать математическая модель в виде производственной функции типа Кобба - Дугласа. Это может быть степенная функция вида $f(k) = Ak^{\alpha}$. Данная форма зависимости не противоречит здравому смыслу, и хорошо интерпретируется при $0 < \alpha < 1$, то есть с ростом фоондовооружённости k производительность труда будет увеличиваться по выпуклой траектории (параметр α при этом представляет собой коэффициент эластичности производительности труда относительно фондовооружённости).

Для подбора коэффициентов A и a, произведем линеаризацию, прологарифмировав левую и правую части модели. В результате получим: $Ln\,P = Ln\,A + \alpha \cdot Ln\,k$. Таким образом, если в выборке наблюдений заменить производительность и фондовооружённость на их логарифмы, то коэффициент α и $Ln\,A$ можно подобрать методом наименьших квадратов [2].

В результате подбора коэффициентов методом наименьших квадратов, используя надстройку Microsoft Excel - «Сервис», «Анализ данных», «Регрессия», получены коэффициент $\alpha = 0{,}444948$, а $Ln\,A = 1{,}649842$, тогда коэффициент A получаем путем потенцирования, то есть $A = \exp(Ln\,A) = e^{Ln\,A} = e^{1{,}649842} = 5{,}20615541$.

Следовательно, математическая модель примет вид:

$$f(k) = P = 5{,}20615541 \cdot k^{0{,}444948}. \quad (9)$$

Для определения времени перехода из начального состояния k_0 в состояние $\bar{k}^*$ при $s=1$, решим дифференциальное уравнение $\frac{dk}{dt} = s \cdot A \cdot k^{\alpha} - \eta \cdot k$, то есть получим закон изменения фондовооружённости во времени при конкретной норме накопления $s=1$.

В результате решения дифференциального уравнения $\frac{dk}{dt} = s \cdot A \cdot k^{\alpha} - \eta \cdot k$ получили

$$t = \frac{1}{(1-\alpha)\cdot A} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^{i+1}}{i} \cdot \left(\frac{\eta}{A}\right)^{i-1} \cdot \left[k^{i\cdot(1-\alpha)} - k_0^{i\cdot(1-\alpha)}\right] \right\}$$

Тогда продолжительность перехода на уровень фондовооружённости стационарной траектории развития будет равна

$$\tau = t_s - t_0 = \frac{1}{(1-\alpha)\cdot A} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^{i+1}}{i} \cdot \left(\frac{\eta}{A}\right)^{i-1} \cdot \left[k_s^{i\cdot(1-\alpha)} - k_0^{i\cdot(1-\alpha)}\right] \right\}$$

(10)

где k_0 и k_s - соответственно, текущее (начальное) значение и значение фондовооружённости при стационарной траектории развития.

На рис. 3 представлен график зависимости k от t, построенный по точкам, рассчитанным по формуле (10) , где сумма первых членов ряда производилась вплоть до 151. При этом норма накопления $S=1$, $\alpha = 0{,}444948$, $A = 5{,}206155$, $\eta = 0{,}11$ и $k_0 = 0{,}01$, изменяя $k = k_s$ получали $t = \tau$.

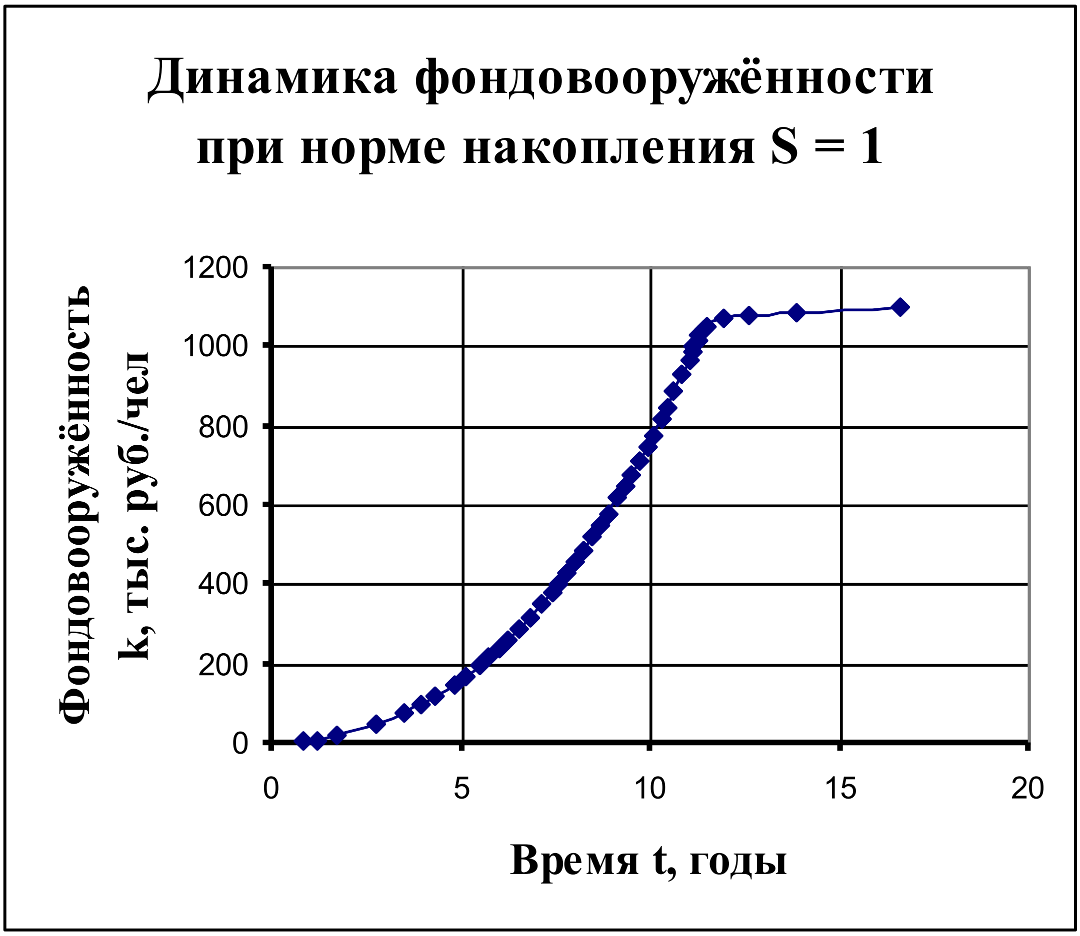

Рис. 3. Динамика фондовооружённости

Так, например, если $k_0 = 120$, то продолжительность перехода к стационарной фондовооружённости $k_s = 242{,}2935$ будет равно 1,712, то есть два года

Исходя из этого, магистральная траектория развития может быть представлена так (рис. 4).

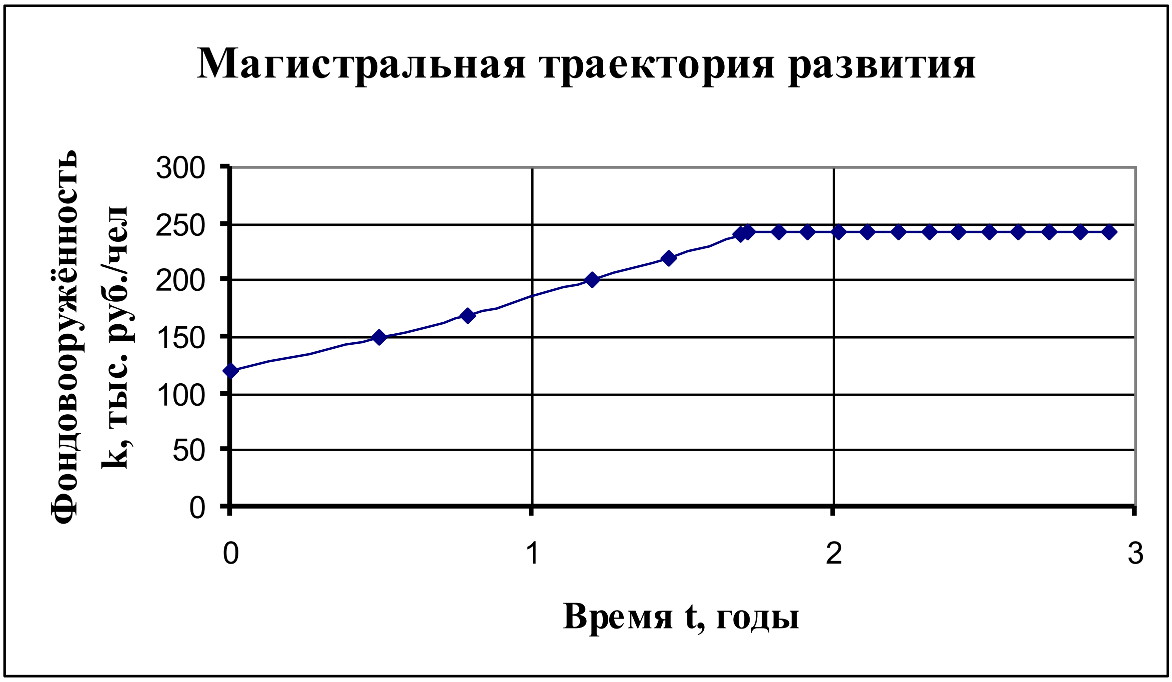

Рис. 4. Магистральная траектория развития

Выводы: для обеспечения максимального потребления необходимо:

1. Фондовооружённость довести до уровня стационарной траектории и поддерживать её на постоянном уровне.

2. Внедрять инновационные технологии, обеспечивающие повышение производительности труда и снижение затрат на поддержание основных производственных фонда в рабочем состоянии. Это будет приводить к увеличению оптимального уровня фондовооружённости стационарной траектории, связанному и большей энерго насыщенностью и более высокой стоимостью основных производственных фондов.

Список использованной литературы

1. Базаров М.К., Огородников, П.И. *max* информации при *min* сложности методов количественного анализа (пособие начинающему исследователю). /П.И. Огородников.// Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН, 2008. – 357 с.

2. Математическое моделирование макроэкономических процессов. Под редакцией проф. И.В. Котова, Издательство Ленинградского университета, Ленинград, 1980.