

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАЛЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

д.т.н. Огородников П.И.

Усик В.В.

Оренбургский филиал ИЭ УрО РАН

г. Оренбург, Россия

Модернизация сельскохозяйственного производства осуществляется по нескольким направлениям. Наряду с технической и технологической модернизацией сельскохозяйственных организаций происходит и расширение хозяйственных форм собственности, то есть наряду с государственными, коллективными хозяйствами появились частные предприятия (фермерские хозяйства). Поэтому все больше внимания в последнее время уделяется применению при обработке сельскохозяйственных культур малых летательных аппаратов (мотодельтапланы, монопланы, бипланы), которые по своим экономическим показателям превосходят наземные средства и большие сельскохозяйственные самолеты типа Ан-2. Рассмотрим более подробно математическую модель обработки сельскохозяйственных культур малыми летательными аппаратами.

Процесс обработки сельскохозяйственных культур малыми летательными аппаратами состоит из отдельных полетов в течение всего рабочего дня (повторяющиеся циклы обработки посевов), а сам процесс обработки также состоит из монотонно повторяющихся этапов:

$$T_{п.э.} = T_{обсл.} + T_{гсм} + T_{тр} + T_{обр.п.} + T_{физ.п.},$$

где $T_{обсл.}$ – время обслуживания и загрузки летательного аппарата химическими веществами; $T_{гсм}$ – время заправки топливом; $T_{тр}$ – время передвижения летательного аппарата до и после полета (наземное перемещение), $T_{обр.п.}$ – время обработки сельскохозяйственных культур; $T_{физ.п.}$ – время на физические потребности человека.

Одновременно, время на обработку посевов состоит из:

$T_{вп}$ – время взлета и посадки (меняется в зависимости от типа летательного аппарата); $T_{пер}$ – время перелета от аэродромной площадки до обрабатываемого поля; $T_{обр.п.}$ – время обработки поля; $T_{рзв}$ – время разворота.

$$T_{обр.п.} = T_{вп} + 2T_{пер} + \sum T_{обр.п.} + \sum T_{рзв},$$

отсюда $T_{п.э.} = T_{обсл.} + T_{гсм} + T_{вп} + 2T_{пер} + \sum T_{обр.п.} + \sum T_{рзв} + T_{физ.п.}$,
где эффективное производственное время математической модели – это $T_{обр.п.}$.

Таблица 1 – Анализ времени производственного цикла, %

Летательные аппараты	$T_{вп}$	$T_{обсл}$	$T_{тр}$	$2 T_{пер}$	ΣT обр.п.□	$\Sigma T_{рзв}$ □	Всего %
Сельскохозяйственные самолеты	4,2	13,4	5,3	19,7	7,2	40,2	100
МДП	1,2	5,0	1,0	28,0	60,0	4,5	100

Количество полетов при обработке посевов летательными аппаратами может достигать 30 полетов и более за рабочий день. Это показывает, что производственный процесс носит ярко выраженный циклический характер. Анализ времени дан в таблице 1.

Исходя из особенностей полета по обработке сельскохозяйственных культур летательным аппаратом, определение оптимальных параметров процесса обработки посевов (с учетом расхода горючего, профессиональной подготовки летного персонала и т.д.) играют существенную роль в повышении его эффективности.

Одним из составляющих процесса обработки посевов является подготовка обрабатываемого участка, от которой зависит производительность летательных аппаратов и затраты на обработку сельскохозяйственных культур.

Поля посевов для проведения авиационных работ различаются по размерам, конфигурации, длины гона, удаленности от аэродромной площадки. После визуального обследования посевов определяется сложность обработки каждого поля и разрабатывается схема авиационной обработки выделенных участков с применением современных технологий, в том числе и ГЛОНАСС.

Перед началом полетов определяется высота воздушных препятствий, оптимальная в данных конкретных условиях длина гона, последовательность и маршруты обработки полей, размещение сигнальщиков на каждом участке, схемы их движения и ширины переходов на следующую сигнальную линию и обосновываются маршруты перелетов и полетов в конкретных условиях.

Обработка полей осуществляется последовательным наложением с воздуха параллельных полос распределяемых веществ челночным, загонным или нестандартным способами.

Этапы обработки сельскохозяйственных культур летательными аппаратами (самолетами, мотодельтапланами и др.) отличаются незначительно, исходя лишь из особенностей каждого типа летательного аппарата. Исходя из этого, моделируя процесс обработки полей, вводим систему поправок коэффициентов, учитывающих применение того или иного типа летательного аппарата.

Производственный полет летательными аппаратами осуществляется на небольшой высоте и с малой скоростью полета. Поэтому уравнение (1) движения летательных аппаратов можно рассматривать с достаточной точностью для моделирования.

Уравнение движения летательных аппаратов в общем виде (по трем осям координат) запишем следующим образом:

$$m \cdot v = P - Q + ZB - mg \cdot \sin \gamma w$$

$$mvw = P \cdot [(\alpha - \beta) \cdot \cos \gamma + \beta \sin \gamma] - Q \beta \cdot \sin \gamma - Y \cdot \cos \gamma - Z \sin \gamma - mg \cdot \cos w \quad [1] \quad (1)$$

Разворот – установившийся вираж, при котором центростремительная сила создается углом крена постоянной скоростью разворота.

Таблица 2 – Изменение характеристик движения малых летательных аппаратов при обработке посевов

Изменение скорости	Набор высоты	Снижение	Горизонтальный полет
Разгон $V > 0$	Разгон с набором высоты до параметров режима перелета (туда и обратно)	После разворотов между параллельными гонами	Полет при перелете туда и обратно (горизонтальный разгон)
Торможение $V < 0$	Торможение с выходом на разворот между гонами	Торможение после перелета с выходом на рабочую высоту ($H_{\text{раб}}$)	Торможение при перелете туда и обратно
Постоянная скорость $V = 0$	Возможно 1) $H \rightarrow H_{\text{пер}}$ 2) $H \rightarrow H_{\text{разв. в}}$ общем случае	Возможно 1) $H_{\text{пер}} \rightarrow H_{\text{раб}}$ 2) $H_{\text{разв}} \rightarrow H_{\text{разв. в}}$ общем случае	Полет: а) на перелете б) на обработке полей

Применяем следующие обозначения:

α – угол атаки; β – угол скольжения; γ – угол крена; m – масса летательного аппарата с полной загрузкой; P – тяга; Q – сила сопротивления; g – ускорение свободного падения; W^θ – угол набора высоты или снижения (угол накопления траектории); V – скорость; ψ – угол тангажа; Ψ – угол виража (угол отворота); Y – подъемная сила.

Угол $(\alpha - \varphi)$ и $P \cdot (\alpha - \varphi) \ll Y$ и этой величиной можно пренебречь.

Отсюда уравнение движения летательного аппарата (за исключением горизонтального полета) запишем:

$$m \cdot V = P - Q - mg \cdot \sin \Theta, \quad m \cdot V \cdot Q = Y - m \cdot g \cdot \cos \Theta \quad (2)$$

Уравнение движения горизонтальной плоскости, когда $H = \text{const}$, $\beta = Z = \Theta = 0$, $\gamma \neq 0$, запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot V &= P - Q \\ mg &= Y \cos \gamma \\ m \cdot V \cdot \Psi &= Y \cdot \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Основные этапы обработки сельскохозяйственных культур летательными аппаратами.

Из всех этапов только величины $T_{\text{обсл}} + T_{\text{тр}} + T_{\text{вп}} = \text{const}$ и составляет от 18 до 22 минут для различных типов летательных аппаратов. Рассмотрим подробнее остальные этапы обработки полей.

Моделирование перелета от аэродромной площадки до обрабатываемого поля и обработки:

$$T_{\text{пер } ij} = L_{\text{пер } i} / V_{\text{пер } j}, \quad (4)$$

где $L_{\text{пер } i}$ – дальность перелета (км) задается в зависимости от вида обработки сельскохозяйственных культур; $V_{\text{пер } j}$ – скорость перелета (ограничена руководством по летней эксплуатации).

Длина маршрута перелета разбивается на три характерных участка :

– по длине: $L_{\text{пер}} = l_p + l_{\text{гор}} + l_T$,

– время перелета: $T_{\text{пер}} = t_p + t_{\text{гор}} + t_T$,

где l_p – участок разгона; $l_{\text{гор}}$ – участок полета с постоянной скоростью; l_T – участок торможения; t_p – время полета на участке разгона; $t_{\text{гор}}$ – время полета на участке с постоянной скоростью; t_T – время полета на участке торможения.

Для получения $T_{\text{пер}} \rightarrow \text{min}$ целесообразно, чтобы участок $l_{\text{гор}} = 0$ ($t_{\text{гор}} = 0$). При достаточной энерговооруженности силовой установки летательных аппаратов желательно вести разгон до скорости $V_{\text{гор}} = V_{\text{max}}$ и сразу начать торможение, так как $L_{\text{пер}}$ ограничена.

В общем случае запишем:

$$L_{\text{пер}} = \int_{v_i}^{v_k} \frac{v dv}{V_p} + \int_{v_{\delta a}}^{v_k} \frac{v dv}{V_T} + V_k \cdot t_{\text{гор}}, \quad (5)$$

$$T_{\text{пер}} = \int_{v_i}^{v_k} \frac{v dv}{V_p} + \int_{v_{\delta a}}^{v_k} \frac{v dv}{V_p} + t_{\text{гор}}, \quad (6)$$

где V_H – начальная скорость разгона; $V_{p\delta}$ – скорость в конце торможения, в общем случае равна скорости гона; V_k – конечная скорость разгона, близка к максимальной скорости полета; V_p – ускорение разгона, V_T – ускорение торможения.

Моделирование разворота.

Общее суммарное время выполнения разворотов летательными аппаратами при обработке посевов составляет до 50% времени всего цикла по обработке полей, поэтому сокращение времени на развороте летательных аппаратов – значительный фактор в повышении эффективности авиационно-химических работ. Рассмотрим этот процесс подробнее:

$$T_{\text{рзв}} = T_{\text{наб}} + T_{\text{рзв}} + T_{\text{сн}} \quad (7)$$

В начале идет набор высоты ΔH с отворотом под углом Ψ , когда скорость меняется от $V_{p\delta}$ до $V_{pзв}$ ($V_{pзв} < V_{p\delta}$).

$$T_{\text{нб}} = \Delta H / (V_{\text{ср}} \cdot \Theta) = \frac{2\Delta H}{(V_{\delta a} + V_{\delta a}) \cdot \Theta} = \frac{2\dot{I} / \Theta}{V_{\delta a} (1 + 1/\hat{E}_v)} = \frac{2\dot{I} \cdot \hat{E}_v}{V_{\delta a} (\hat{E}_v + 1) \cdot \Theta}, \quad (8)$$

где $K_v = V_{p\delta} / V_{pзв} > 1,0$ – отношение рабочей скорости и скорости разворота. Изменение скорости носит линейный характер, так как $\Theta = 0$, или $\Theta = \text{const}$

и осуществляется переход кинетической энергии в потенциальную за счет изменения $\Delta H = H_{\delta\zeta\hat{a}} - H_{\delta\hat{a}} > 0$.

Процесс снижения отличается от процесса набора высоты, так же как траектория снижения более пологая по требованиям безопасности полетов.

Время снижения определяется следующим образом:

$$T_{\text{нб}} = \frac{\Delta H}{V_{\text{нб}} \cdot \Theta_i} = \frac{\Delta H}{V_{\text{нб}} \cdot \Theta} + \frac{\Delta l}{V_{\delta\zeta\hat{a}}} \quad (9)$$

С учетом вышеперечисленных положений запишем:

$$T_{\text{нб}} + T_{\text{сн}} = \frac{4\Delta H_i}{\Theta_{ij} \cdot (V_{\delta\hat{a}j} + V_{\delta\zeta\hat{a}j})} = \frac{4\Delta H_i \cdot K_{vij}}{V_{\delta\hat{a}j} \cdot (K_{vij} + 1) \cdot \Theta_{ij}} \quad (10)$$

Время чистого разворота определяем следующим образом:

$$t_{\text{рзв}} = \frac{2\pi \cdot V_{\delta\zeta\hat{a}}}{g \sqrt{n_Y^2 - 1}}, \quad (11)$$

где n_Y – перегрузка при развороте.

$$n_Y = Y / = 1/\cos \gamma, \text{ тогда } t_{\text{рзв}} = 2\pi \cdot V_{\text{рзв}} / (gtg\gamma)$$

и с учетом доворота будем иметь :

$$t_{\text{рзв}} = \frac{2\pi \cdot V_{\delta\zeta\hat{a}}}{g \cdot tg\gamma} \cdot \left(\frac{180^\circ + \Psi}{360^\circ} \right) \quad (12)$$

Тогда время разворота с набором и снижением высоты получаем:

$$T_{\text{рзв } j} = \frac{4 \cdot \Delta H_i}{\Theta \cdot (V_{\delta\hat{a}j} + V_{\delta\zeta\hat{a}j})} + \frac{K\Psi_j}{g \cdot tg\gamma} \cdot V_{\delta\zeta\hat{a}j} \quad (13)$$

При исследовании на минимум последнего выражения по двум переменным $V_{\text{рб}}$ и $V_{\text{рзв}}$ при использовании энергетики перепада высот:

$$\Phi = V_{\delta\zeta\hat{a}}^2 - V_{\delta\hat{a}}^2 + 2g \cdot \Delta H = 0 \quad (14)$$

Получена $K_{\text{вopt}}$ для разных типов летательных аппаратов.

При реализации $K_{\text{вopt}} = 1,4-1,6$ экономия времени разворота составляет до 30% [2]. За все полеты по-разному будет сэкономлено летных часов, которые составляют до 10% всего налета часов. Это равнозначно снижению потребного количества применяемых летательных аппаратов на 40 шт.

$$\text{Суммарное время разворотов: } T_{\delta\zeta\hat{a}j\Sigma} = n_{\zeta\hat{a}j} \cdot T_{\delta\zeta\hat{a}j} \quad (15)$$

Моделирование обработки посевов (полей).

Время работы на одном гоне по обрабатываемому полю определяем из соотношения длины гона и рабочей скорости:

$$T_{\delta\hat{a}j} = l_{ri} / V_{\delta\hat{a}j} \quad (16)$$

Время обработки одного поля:

$$T_{\delta\hat{a}j} = n_{3xij} \cdot l_{ri} / V_{\delta\hat{a}j}, \quad (17)$$

где $n_{\zeta x}$ - число заходов, определяемое как соотношение ширина обрабатываемого участка посевов к ширине рабочего захвата.

Математические модели технологического процесса обработки сельскохозяйственных культур от болезней и вредителей малыми летательными аппаратами еще на начальной стадии организации позволяют объективно спрогнозировать затраты на эти операции, что существенно облегчает оперативное руководство данным процессом.

Литература:

1. Бондаренко, В.А., Абдрашитов, Р.Т. и др. Инновационные процессы в авиационно-химических работах – экологический аспект / В.А. Бондаренко, Р.Т. Абдрашитов и др. – Оренбург, 1998.
2. Славков, М.И. Экономическая эффективность применения авиации в сельском хозяйстве / М.И. Славков. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1985. – 183 с.